МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 00467

В.І Манжула, М.П. Дивак, А. М. Мельник

МЕТОД СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Західноукраїнський національний університет, м. Тернопіль

Анотація. У статті розглянуто важливу наукову задачу подальшого розвитку методів ідентифікації інтервальних нелінійних моделей статичних характеристик складних об’єктів на основі використання процедур, які знижують обчислювальну складність. Запропонований підхід до математичного моделювання статичних характеристик нелінійних об'єктів, що ґрунтується на інтервальному аналізі даних, забезпечує побудову адекватних моделей з гарантованими прогностичними властивостями. Процес побудови інтервальних нелінійних моделей статичних характеристик складних об’єктів грунтується на оптимізаційній задачі з нелінійною функцією мети, яка забезпечує мінімізацію середньоквадратичного відхилення між значеннями модельованої статичної характеристики складного об’єкта та значеннями які належать до експериментальних інтервалів. Такий підхід призводить до розширення простору параметрів нелінійних інтервальних моделей за рахунок введення додаткових коефіцієнтів α у функцію мети, але в той же час уможливлює зведення оптимізаційної задачі з системою нелінійних обмежень до задачі без обмежень. Основним результатом проведених досліджень є новий метод синтезу структури моделі на підставі аналізу градієнта цільової функції оптимізаційної задачі для різного набору структурних елементів. В основі розроблення цього методу є нова процедура вибору структурних елементів моделей, яка уможливлює зменшення кількості ітерацій параметричної ідентифікації на етапі формування структур моделей-претендентів. У статті визначено та обґрунтовано необхідні та достатні умови вичерпаності чи оптимальності набору структурних елементів на основі аналізу градієнта цільової функції та сформульовано основні правила формування набору цих елементів у моделі. На основі теоретичних та практичних міркувань запропоновано алгоритм реалізації нового методу структурної ідентифікації та продемонстровано його збіжність на прикладі моделювання об’єктів малої гідроенергетики. Запропонований метод ідентифікації нелінійних моделей на основі аналізу інтервальних даних забезпечує розвиток прикладних досліджень у сферах оборони країни, охорони довкілля, медицини та інших галузях, де основою для прийняття рішень є математичні моделі.

Ключові слова: інтервальні дані, інтервальна нелінійна модель, структурна ідентифікація, оптимізаційна задача, цільова функція, градієнт

Abstract. The article considers an important scientific task of further development of methods for identifying interval nonlinear models of static characteristics of complex objects based on the use of procedures that reduce computational complexity. The proposed approach to mathematical modeling of static characteristics of non-linear objects, based on interval data analysis, ensures the construction of adequate models with guaranteed prognostic properties. The process of constructing interval nonlinear models of the static characteristics of complex objects is based on an optimization problem with a nonlinear objective function that ensures the minimization of the mean square deviation between the values of the simulated static characteristics of the complex object and the values belonging to the experimental intervals. This approach leads to the expansion of the parameter space of nonlinear interval models due to the introduction of additional α coefficients into the objective function, but at the same time, it makes it possible to reduce the optimization problem with a system of nonlinear constraints to a problem without constraints. The main result of the conducted research is a new method of synthesis of the model structure based on the analysis of the gradient of the objective function of the optimization problem for a different set of structural elements. The basis of the development of this method is a new procedure for selecting structural elements of models, which makes it possible to reduce the number of iterations of parametric identification at the stage of forming candidate model structures. The article defines and substantiates the necessary and sufficient conditions for the completeness or optimality of a set of structural elements based on the analysis of the gradient of the objective function and formulates the basic rules for forming a set of these elements in the model. Based on theoretical and practical considerations, an algorithm for implementing a new method of structural identification is proposed, and its convergence is demonstrated in the example of modeling of small hydropower facilities. The proposed method of identifying nonlinear models based on the analysis of interval data ensures the development of applied research in the fields of national defense, environmental protection, medicine, and other fields where mathematical models are the basis for decision-making.

Keywords: interval data, interval nonlinear model, structural identification, optimization problem, objective function, gradient

DOI: https://doi.org/10.31649/1999-9941-2024-59-1-94-104.

Вступ

Задача структурної ідентифікації інтервальних моделей виникає у випадку необхідності встановлення та відображення причинно-наслідкових зв’язків між чинниками управління та характеристиками об'єкта. Такі задачі розв'язувалися для великої кількості сфер застосування зокрема екології, медицини, енергетики тощо [1-3]. Як правило, задачу формулюють у вигляді оптимізаційної задачі, в якій невідомими є як структурні елементи, так і параметри моделей. Для розв'язування задачі ідентифікації використовують експериментальні дані, при цьому необхідно враховувати похибки. Якщо похибки мають випадковий характер, то у цьому випадку використовують методи стохастичної оптимізації, які переважно ґрунтується на методах групового урахування аргументів [4, 5]. У випадку, коли маємо не велику вибірку даних, але можемо визначити граничні межі похибок спостережень, то використовують аналіз інтервальних даних. Оптимізаційні задачі структурної ідентифікації, які формулюють для випадку інтервальних даних, мають комбінаторну складність [6, 7]. При цьому функція мети, яка використовується в таких задачах є нелінійною або дискретною. В цьому випадку необгідне застосування методів глобального пошуку [7].

Останнім часом, для розв'язування цієї задачі використовують методи, що ґрунтуються на ройовому інтелекті, зокрема на поведінкових моделях бджолиної колонії [8-12]. Ці методи є універсальними і достатньо ефективними. Але, у випадку побудови статичних моделей на основі аналізу інтервальних даних, їх застосування є недоцільним через надмірно високу складність [13]. Аналіз зазначених методів, а також аналіз можливих варіантів постановки задачі структурної ідентифікації в працях показує, що через певну модифікацію функції мети, з метою приведення її до гладкої функції, для розв'язання таких задач також можуть застосовуватися комбінації градієнтних методів [14-16]. Таким чином, у статті розглянуто метод структурної ідентифікації інтервальних моделей на основі комбінації градієнтних методів при розв’язуванні оптимізаційної задачі.

Мета

Метою праці є розробка нового методу ідентифікації структури інтервальних нелінійних моделей статичних систем.

В основу методу покладено підхід вибору структурних елементів при синтезі структури моделі на основі аналізу градієнта функції мети в поточній точці.

Постановка задачі

Статичні об’єкти, як правило, описують функціональними залежностями між значеннями вхідних факторів та вихідними значеннями характеристик об'єкта у вигляді алгебраїчного виразу:

$$y(X) =\cdot f_1(\vec{\beta},X) + f_2(\vec{\beta},X) + \cdots + f_m(\vec{\beta},X), \tag{1}$$

де

$y(X)$ – модельоване значення характеристики статичного об'єкта;

$\vec{\beta}$ – вектор параметрів моделі, значення яких потрібно оцінити на основі експериментальних даних;

$\lambda_m = \{f_1(\vec{\beta},X), f_2(\vec{\beta},X), \dots, f_m(\vec{\beta},X)\}$ – множина базисних функцій від вхідних змінних X та від вектора параметрів $\vec{\beta}$ моделі.

В якості базисних функцій в залежності від специфіки досліджуваних статичних об’єктів можуть використовуватися нелінійні функції [16]:

показникові:

$$f(\vec{\beta},X) = \beta_1 \cdot X^{\beta_2};$$

гаусові моделі:

$$f(\vec{\beta},X) = \beta_1 \cdot e^{\left[-\left(\frac{X-\beta_2}{\beta_3}\right)^2\right]};$$

тригонометричні ряду Фур’є

$$f(\vec{\beta},X) = \beta_1 \cdot \cos(\beta_3 \cdot X) + \beta_2 \cdot \sin(\beta_3 \cdot X)$$

m – задана кількість базисних функцій моделі, тобто її структурних елементів.

Результати експерименту, які необхідні для ідентифікації нелінійних (в загальному вигляді) моделей (1) отримують у такому вигляді:

$$\vec{X}_i \rightarrow [y_i^-; y_i^+],\ i = 1, \dots, N, \tag{2}$$

де

$[y_i^-; y_i^+]$ – нижня та верхня межі експериментально отриманих значень характеристики статичного об'єкта в i-му спостереженні, $i = 1, \dots, N$;

$\vec{X}_i$ – значення факторів впливу (вхідних змінних) на систему або характеристику об'єкта в i-му спостереженні;

N – загальна кількість спостережень (вимірювань) в експерименті.

Якщо для заданої моделі на основі множини базисних функцій λ_m отримані інтервальні оцінки вектора параметрів $[\vec{\beta}^m]$, то інтервальна модель для опису залежності характеристики статичного об’єкта від вхідних змінних матиме вигляд інтервального нелінійного алгебраїчного виразу:

$$[\hat{y}(X)] = f_1\left(\left[\vec{\beta}\right], X\right) + f_2\left(\left[\vec{\beta}\right], X\right) + \cdots + f_m\left(\left[\vec{\beta}\right], X\right), \tag{3}$$

де

$[\hat{y}(X)]$=$[\hat{y}^-(X);\ \hat{y}^+(X)]$ – обчислені інтервальні оцінки модельованої характеристики, відповідно до структури λ_m та вхідних даних X;

$\left[\vec{\beta}^m\right] = \left(\left[\vec{\beta}_1\right], \left[\vec{\beta}_2\right], \dots, \left[\vec{\beta}_m\right]\right)$ – вектор інтервальних оцінок параметрів моделі.

На підставі умови, що обчислені інтервальні оцінки $[\hat{y}(X)]$ належать числовим інтервалам експериментальних даних

$$\left[\hat{y}^{-}(\vec{X}_i);\ \hat{y}^{+}(\vec{X}_i)\right] \in [y_i^-; y_i^+], i = 1, \dots, N \quad (4)$$

для цієї характеристики об'єкта, які отримані експериментально, отримуємо математичну задачу для обчислення інтервальних оцінок вектора параметрів $\left[\vec{\hat{\beta}}^m\right]$ моделі для заданої структури λ_m [13].

$$\left\{y_i^- \leq f_1\left(\left[\vec{\hat{\beta}}\right], \vec{X}_i\right) + f_2\left(\left[\vec{\hat{\beta}}\right], \vec{X}_i\right) + \dots + f_m\left(\left[\vec{\hat{\beta}}\right], \vec{X}_i\right) \leq y_i^+, i = 1, \dots, N. \right. \quad (5)$$

Отримана система (5) є інтервальною системою нелінійних алгебраїчних рівнянь (ІСНАР) для невідомих інтервальних оцінок вектора параметрів $\left[\vec{\hat{\beta}}^m\right]$ моделі на основі λ_m. Функціональна залежність у формі виразу (3) називається інтервальною моделлю об'єкта, що розглядається як статична система.

Множина розв'язків ІСНАР Ω визначає вектор інтервальних оцінок параметрів $\left[\vec{\hat{\beta}}^m\right]$ моделі. Через високу (комбінаторну) обчислювальну складність розв'язку цієї ІСНАР, на практиці обчислюються лише точкові оцінки параметрів $\vec{\hat{\beta}}^m$. У цьому випадку, для оцінки параметрів розв'язують оптимізаційну задачу такого вигляду [2]:

$$\delta(\vec{\beta}^m) \xrightarrow{\vec{\hat{\beta}}^m, \hat{\alpha}_i} min \quad (6)$$

$$\lambda_m \in \lambda_s, \quad (7)$$

$$\alpha_i \in [0,1], i = 1, \dots, N \quad (8)$$

де

λ_s – множина всіх можливих елементів структури інтервальної моделі;

s – кількість всіх можливих елементів структури;

α_i – коефіцієнти лінійної комбінації для визначення точки в межах експериментальних даних $[y_i^-; y_i^+]$.

У виразі (6), цільова функція $\delta(\vec{\beta}^m)$ формується на основі врахування обмежень, які задає інтервальна система нелінійних алгебраїчних рівнянь (5) [2].

Цільова функція є критерієм мінімізації квадратичної похибки, точкової моделі вигляду:

$$\hat{y}_i(\vec{X}_i) = f_1\left(\vec{\hat{\beta}}_1, \vec{X}_i\right) + f_2\left(\vec{\hat{\beta}}_2, \vec{X}_i\right) + \dots + f_m\left(\vec{\hat{\beta}}_m, \vec{X}_i\right), i = 1, \dots, N, \quad (9)$$

та має такий вигляд [2]:

$$\delta(\vec{\beta}^m) = \sum_{i=1}^{N}\left(\hat{y}_i(\vec{X}_i) - P([y_i^-; y_i^+], \alpha_i)\right)^2, i = 1, \dots, N, \quad (10)$$

де

$$P([y_i^-; y_i^+], \alpha_i) = \alpha_i \cdot y_i^- + (1 - \alpha_i) \cdot y_i^+, i = 1, \dots, N. \quad (11)$$

Запропонований в праці [17] підхід до параметричної ідентифікації інтервальних нелінійних моделей статичних систем, полягає у приведені цієї задачі ідентифікації до розв'язування стандартної задачі мінімізації середньоквадратичного відхилення між значеннями модельованої характеристики статичного об'єкта та значеннями які належать до експериментальних інтервалів. Такий підхід призводить до розширення простору параметрів нелінійних моделей за рахунок введення додаткових коефіцієнтів α у функції мети, які забезпечують узгодженість обчислених на основі моделі та експериментальних даних. Таким чином отримуємо задачу багатовимірної оптимізації з нелінійною багатоекстремальною функцією мети.

В той же час, задача структурної ідентифікації полягає у необхідності визначення як структури моделі $\lambda_m \in \lambda_s$, тобто множини структурних елементів, так і параметрів моделі $\vec{\hat{\beta}}^m$ на її основі.

Запишемо задачу структурної ідентифікації на основі задачі (6) у такому вигляді:

$$\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m) \xrightarrow{\vec{\hat{\lambda}}_m, \vec{\hat{\beta}}^m, \alpha_i} min \quad (12)$$

$$\lambda_m \in \lambda_s, \quad (13)$$

$$\alpha_i \in [0,1], i = 1, \dots, N. \quad (14)$$

В якості критерію зупинки оптимізації використовують умову (4) для випадку точкової моделі [17]:

$$\hat{y}_i(\lambda_m, \vec{X}) \in [y_i^-; y_i^+], i = 1, \dots, N. \quad (15)$$

Істинність такого твердження гарантує адекватність та задану точність побудованої моделі.

Складність даної задачі полягає в тому, що дана функція є дискретною, оскільки оптимізації відбувається на основі дискретних значень вектора $\vec{\lambda}_s$ – дискретні значення елементів множини λ_s якого отримуються на основі певної системи кодування. Тому її розв'язок будують на основі багаторазового розв'язку задачі параметричної ідентифікації (6) з напрямленим перебором множин λ_m на основі елементів множини λ_s.

Огляд літературних джерел

На сьогоднішній день розроблено ряд методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей як для динамічних об'єктів так і для статичних [18,19]. Треба відзначити, що оптимізаційна задача параметричної ідентифікації інтервальних моделей є обчислювальною NP-складною задачею. Особливостями задачі параметричної та структурної ідентифікації інтервальних нелінійних моделей статичних систем є те що в процесі оптимізації доводиться здійснювати пошук глобального мінімуму функції мети і при цьому здійснювати обхід чи вихід з багаточисленних локальних мінімумів. Тому для їх розв'язування переважно застосовують метаевристичні методи стохастичного пошуку. Зокрема, на сьогоднішній день найбільш ефективними з обчислювальної точки зору є методи, які побудовано на основі ройового інтелекту [10-22]. Для їх реалізації роблено ряд спеціалізованих програмних засобів, наведених, наприклад у працях [6, 18, 23]. Разом з тим, дослідниками таких оптимізаційних задач широко використовуються відомі програмні рішення, наведені в ряді стандартних пакетів прикладних програм, зокрема у Global Optimization Toolbox ППП MATLAB [24].

Аналіз методів структурної ідентифікації нелінійних інтервальних моделей продемонстрував, що основною проблемою, яка породжує комбінаторну або стохастичну складову оптимізації, є вибір структурних елементів з множини λ_s для формування вектора $\vec{\lambda}_m$. Основний підхід базується на оцінені (оптимізації параметрів на основі задачі (6-8)) для кожного вектора $\vec{\lambda}_m$ який був сформований внаслідок комбінації, селекції або мутації.

Тому стоїть завдання розробки процедур ідентифікації як параметрів так і структури інтервальних нелінійних моделей зі зниженням обчислювальної складності. Це досягається на основі розроблення методу вибору структурних елементів, який би уможливив зменшення кількості процедур параметричної ідентифікації на етапі формування структур моделей-претендентів.

Метод структурної ідентифікації інтервальних нелінійних моделей на основі аналізу градієнта цільової функції

Оскільки цільова функція (12) є гладкою для деякого фіксованого вектора $\vec{\lambda}_m$, то для її дослідження можна використати градієнтні методи.

Нехай задано деяку модель-претендент зі структурою на основі вектора $\vec{\lambda}_k$ та вектора параметрів $\vec{\beta}^m$. Для дослідження якості структури моделі-претендента запропоновано використовувати антиградієнт цільової функції $\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)$ в точці $\vec{\hat{\beta}}^k$. Для моделі-претендента на основі вектора $\vec{\lambda}_m$, із розмірністю m величина вектора антиградієнту $-\nabla$ відносно вектора параметрів $\vec{\beta}^m$ вказує на напрям мінімізації цільової функції $\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)$. Відповідно, для структури $\hat{\lambda}_m$ заданого розміру m вектор антиградієнту позначимо так:

$$-\nabla\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m) = \left(\frac{d\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)}{d\beta_1^m}, \frac{d\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)}{d\beta_2^m}, \dots, \frac{d\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)}{d\beta_m^m}\right). \quad (16)$$

Спираючись на властивість похідних багатовимірної функції по її змінних, можемо стверджувати, що необхідною та достатньою умовою оптимальності набору структурних елементів $\vec{\hat{\lambda}}_m$ моделі-претендента в сенсі задачі (12-14) є мінімум норми вектора антиградієнта $\left\|-\nabla\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)\right\|$ цільової функції (2.12) в точці $\vec{\hat{\beta}}^m$.

Спираючись на цю умову запропоновано наступні правила вибору структурних елементів в ході синтезу структури при реалізації методу структурної ідентифікації на основі градієнта цільової функції.

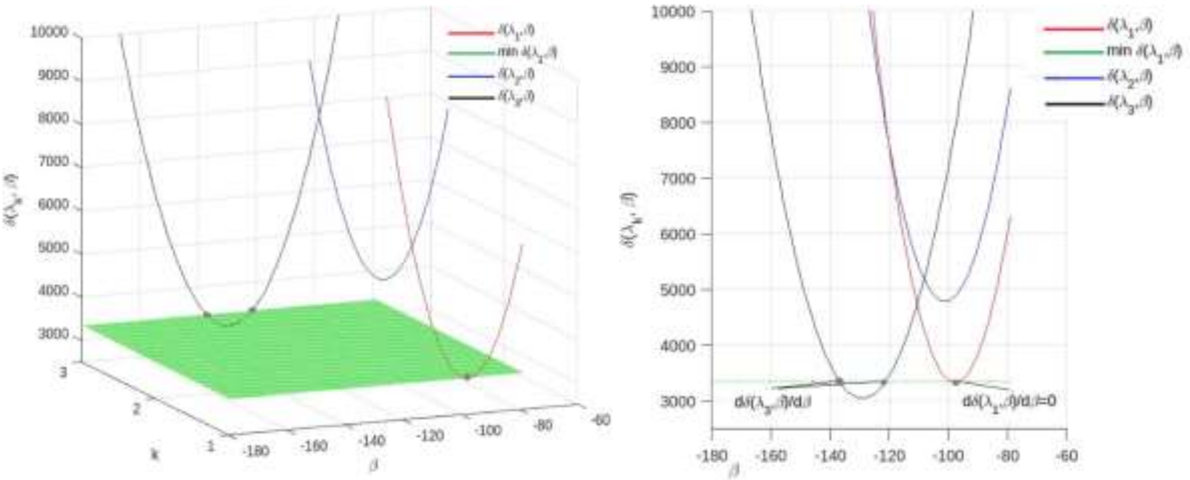
Правило 1. Необхідною та достатньою умовою оптимальності набору структурних елементів $\vec{\hat{\lambda}}_k$ моделі-претендента в сенсі задачі (12-14) для фіксованої кількості параметрів m_k є мінімум норми вектора антиградієнта $\left\|-\nabla\delta(\vec{\lambda}_m, \vec{\beta}^m)\right\|$ цільової функції (12) в точці $\vec{\hat{\beta}}^m$.

У випадку виконання цієї умови виконуємо одну з двох дій: якщо умова (5) виконується, то зупинка алгоритму, оскільки знайдено розв'язок задачі (12-14), в протилежному випадку, маємо «вичерпаність» розмірності моделі і відповідно збільшуємо кількість структурних елементів $m+1$.

Правило 2. (випадок невиконання правила 1.) Найбільш придатним кандидатом серед усіх структурних елементів для структури $\vec{\lambda}_m$ є той який забезпечує найкращу мінімізацію цільової функції (12), що визначається віддаленістю її мінімуму для моделі з вибраним структурним елементом на основі норми антиградієнта.

Для кількісної оцінки придатності нових структурних елементів запропоновано використовувати значення похідної цільової функції $\left.\frac{d}{d\beta_v}\delta\left(\hat{\beta}_v^m, f_w^s\left(\vec{\hat{\beta}}^m, X\right)\right)\right|_{\beta=\hat{\beta}_v^m, \delta=\min\delta\left(\vec{\hat{\lambda}}_m, \vec{\hat{\beta}}^m\right)}$ на основі моделі для якої визначено мінімум цільової функції та із врахуванням нових структурних елементів $f_w^s\left(\vec{\hat{\beta}}^m, X\right), w = m+1, \dots, s$.

На рисунку 1 проілюстровано приклад, який демонструє, що такий підхід забезпечує відкидання структурних елементів, що погіршують якість моделі, оскільки для них не існує значення похідної в заданій точці та можливість вибору найкращого структурного елемента для поточної моделі. При цьому числове значення похідної в точці буде свідчити про здатність структурного елемента забезпечити мінімізацію цільової функції. Відповідно, необхідно вибирати структурний елемент із максимальним значенням похідної в точці.



(а) (б)

Рисунок 1 – Ілюстрація вибору структурного елемента на основі оцінки градієнта цільової функції.

На рисунку 1(а) відображено графіки цільової функції на основі трьох моделей із структурою $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. При цьому на основі моделі із структурою λ_1 визначено глобальний мінімум цільової функції $\delta\left(\vec{\hat{\lambda}}_1, \vec{\beta}^1\right)$. Значення мінімуму використовується для пошуку похідної цільової функції з метою вибору нових структурних елементів, які забезпечать її мінімізацію. Як бачимо на рисунку 1(б), структурний елемент, який формує структуру λ_2 не забезпечує мінімізацію цільової функції та, відповідно, не враховується для формування поточної структури. Відповідно, структурний елемент, що формує структуру λ_3, є претендентом для вибору.

На основі теоретичних та практичних міркувань алгоритм структурної ідентифікації нелінійних інтервальних моделей базується на мінімізації функції мети в просторі параметрів із напрямленим вибором дискретних значень структури моделі.

Псевдокод алгоритму структурної ідентифікації наведено нижче:

Stop_Criterion = FALSE;
Сформувати множину можливих структурних елементів, λ_s;
s = length (λ_s);
k=1;
Задати початкову структуру:
$\lambda_k = \{ f_1^k(\hat{\beta}_1^k, \vec{X}), \dots, f_{m_k}^k(\hat{\beta}_{m_k}^k, \vec{X}) \}$;
Поки Stop_Criterion == FALSE:
  m = length (λ_k);
  Обчислити вектор оцінок параметрів $\vec{\hat{\beta}}^k$ моделі на основі λ_k;
  Якщо модель адекватна:
    Stop_Criterion = TRUE;
  В іншому випадку:
    Для v від 1 до m
      Для w від 1 до s
        Обчислити похідну функції мети по v-му параметру для w-го структурного елемента, $\frac{d}{d\beta_v}\delta\left(\hat{\beta}_v^k, f_w^s\left(\vec{\hat{\beta}}^k, X\right)\right)$;
      Кінець для w
    Кінець для v

Знайти вектор антиградієнта на основі k-ї структури, $-\nabla\delta\left(\vec{\hat{\lambda}}_k,\vec{\beta}^k\right)$;

Якщо $\left\|-\nabla\delta\left(\vec{\hat{\lambda}}_k,\vec{\beta}^k\right)\right\| \neq 0$

Для v від 1 до m

Якщо $\left\|\frac{d}{d\beta_v}\delta\left(\hat{\beta}_v^k, f_w^s\left(\vec{\hat{\beta}}^k, X\right)\right)\right\| > 0$:

Замінити у структурі λ_k згідно з правилом 2 елемент $f_v^k\left(\vec{\hat{\beta}}^k, X\right)$ на $f_w^s(\vec{\beta}, X)$;

Кінець якщо

Кінець для v

В іншому випадку:

k=k+1;

Додати у структуру λ_k новий елемент $f_w^s(\vec{\beta}, \vec{X})$;

Кінець якщо

Кінець якщо

Кінець поки

Для обчислення антиградієнта можна використовувати чисельний метод або аналітичний вираз для значень часткових похідних в точці $\vec{\hat{\beta}}^k$ на основі заданих структурних елементів:

$$\frac{d}{d\beta_v^k}\delta\left(\beta_v^k, f_w^s\left(\vec{\hat{\beta}}^k, X\right)\right) = \frac{d}{d\beta_v}\sum_{i=1}^{N}\begin{pmatrix}\hat{\hat{y}}_i\left(\lambda_k,\vec{\hat{\beta}}^k\right) - P([y_i^-;y_i^+],\alpha_i) + \\ f_v^s\left(\vec{\hat{\beta}}_v^k,\vec{X}_i\right)\end{pmatrix}^2 =$$

$$2\cdot\sum_{i=1}^{N}\begin{pmatrix}\hat{\hat{y}}_i\left(\lambda_k,\vec{\hat{\beta}}^k\right) - P([y_i^-;y_i^+],\alpha_i) + \\ f_v^k\left(\beta_v^k,\vec{X}_i\right)\end{pmatrix}\cdot\frac{d}{d\beta_v}\sum_{l=1}^{N} f_v^s\left(\beta_v^k,\vec{X}_i\right), \qquad (17)$$

де

$$\hat{\hat{y}}_i\left(\lambda_k,\vec{\hat{\beta}}^k\right) = \sum_{q=1}^{m_k} f_q\left(\vec{\hat{\beta}}_q,\vec{X}_i\right), q \neq v;$$

β_v^k – параметр моделі за яким здійснюється диференціювання цільової функції, $\beta_v^k \in \vec{\hat{\beta}}_v^k$;

$f_v^s(\vec{\beta}_v,\vec{X}_i)$ – структурний елемент, що не є елементом моделі-претендента, $f_v^s(\beta_v^k,\vec{X}_i) \in \lambda_s \wedge f_v^s(\vec{\beta}_v,\vec{X}_i) \notin \lambda_k$.

Експерименти, результати та обговорення

Моделювання генерованої потужності МГЕС

Завдання відновлення існуючих та створення нових малих гідроелектростанцій (МГЕС) є нагальними, враховуючи потенціал гідроресурсів в Україні. У той же час доцільно розробити математичні моделі характеристик гідроелектростанції з метою дослідження та забезпечення максимальної ефективності використання гідроенергетичних ресурсів. За приклад таких досліджень обрано МГЕС «Топольки», яку побудовано на річці Стрипа в Тернопільській області. Зазначена МГЕС має дві турбіни, які з'єднано з генераторами з потужністю 70 та 90 кВт. Робота генераторів в системі вимагає постійної оцінки стану характеристик гідроресурсів та прогнозування можливої генерованої електроенергії з метою заощадливого використання обладнання станції. Зокрема, необхідним є прогнозування кожен раз при зміні погодних умов та сезонних коливань наявних гідроресурсів, з метою прийняття рішень про доцільність використання двох турбін одночасно, або використання однієї з двох турбін є доцільним. В такому випадку, одну із турбін можемо виводити на ремонт. Таким чином, виникає необхідність розробки та використання моделі, яка пов'язує кількість потенційно можливої згенерованої електроенергії в залежності від характеристик гідротехнічного обладнання та наявних гідроресурсів. Для ідентифікації цієї математичної моделі використаємо розроблений метод структурної та параметричної ідентифікації нелінійних моделей.

Експериментальні дані

У результаті досліджень цієї МГЕС було отримано експериментальні дані [25].

Як бачимо з таблиці 1, кількість виробленої за добу електроенергії представлено в інтервальному вигляді внаслідок похибок оцінювання цієї величини технічними засобами.

Апробація методу та обговорення

Сформована множина усіх потенційних структурних елементів для моделі залежності генерованої потужності від умов функціонування МГЕС:

$$\lambda_s = \left\{x_1, x_2, x_3,\ x_1^{\beta_1}, x_2^{\beta_1}, x_3^{\beta_1}, x_1 \cdot x_2^{\beta_1}, x_1 \cdot x_3^{\beta_1}, x_2 \cdot x_3^{\beta_1}, x_1^{\beta_1} \cdot x_2^{\beta_2}, x_1^{\beta_1} \cdot x_3^{\beta_2}, x_2^{\beta_1} \cdot x_3^{\beta_2}\right\}$$

Із використанням методу структурної ідентифікації, наведеного вище, отримано таку структуру інтервальної моделі добового генерування електроенергії:

$$y(\lambda_5, X) = \beta_1 \cdot x_1 \cdot x_2^{\beta_2} + \beta_2 \cdot x_3^{\beta_4} \tag{18}$$

та оцінки параметрів для отриманої моделі:

$$\hat{\vec{\beta}} = (88.619, 0.4256, 2.5533, 0.4914)$$

$$\hat{\vec{\alpha}} = (0.1985, 0.273, 0.1713, 0.0865, 0.6162, 0.9991, 0.8814, 0.397, 0.7368, 0.5845, 0.5823, 0.4998, 0.4427, 0.5582\ , 0.2692, 0.1964, 0.0002, 0.9202, 0.675, 0.3728, 0.4643, 0.7596\ , 0.9164, 0.9667, 0.2294, 0.9564, 0.7288, 0.3038, 0.9127, 0.1438.$$

Таблиця 1 – Експериментальні дані генерування електроенергії МГЕС

№	Реактивна потужність, Вт	Напір (різниця б'єфів), м	Рівень води на гідропості, м	Вироблена електроенергія, кВт
1	182,5	4,6	6,5	[1096,4; 1202,1]
2	182,7	4,7	5,5	[1078,1; 1182,1]
3	182,7	4,7	4,97	[1078,1; 1182,1]
4	182,7	4,7	5,45	[1096,4; 1202,1]
5	182,9	4,7	7,5	[1078,1; 1182,1]
6	183	4,7	11,9	[1096,4; 1202,1]
7	183,1	4,7	12,5	[1114,6; 1222,1]
8	183,1	4,7	9,8	[1132,9; 1242,2]
9	183,1	4,55	10,4	[1096,4; 1202,1]
10	183,1	4,6	13,7	[1151,2; 1262,2]
11	184,6	4,6	14,9	[1169,5; 1282,2]
12	184,6	4,6	14	[1169,5; 1282,2]
13	184,6	4,7	12,8	[1169,5; 1282,2]
14	184,7	4,65	12,5	[1151,2; 1262,2]
15	184,8	4,6	11,6	[1169,5; 1282,2]
16	184,8	4,7	10,4	[1169,5; 1282,2]
17	184,8	4,7	10,1	[1187,7; 1302,3]
18	184,8	4,8	7,3	[1059,8; 1162]
19	187,2	4,8	7,5	[1096,4; 1202,1]
20	187,2	4,7	7,1	[1114,6; 1222,1]
21	187,2	4,8	7,3	[1114,6; 1222,1]
22	187,2	4,75	8,3	[1096,4; 1202,1]
23	187,2	4,7	8,3	[1078,1; 1182,1]
24	189,1	4,6	7,24	[1059,8; 1162]
25	189,1	4,7	5,74	[1114,6; 1222,1]
26	189,2	4,7	4,64	[1023,3; 1122]
27	189,4	4,6	4,78	[1041,6; 1142]
28	189,4	4,8	5,74	[1114,6; 1222,1]
29	189,4	4,8	4,11	[1023,3; 1122]
30	189,5	4,75	5,01	[1114,6; 1222,1]

Відповідно, побудовано математичну модель на основі інтервальних даних та структури (18) у такому вигляді:

$$y(X) = 88.619 \cdot x_1 \cdot x_2^{0.4256} +\ 2.5533 \cdot x_3^{0.4914}. \tag{19}$$

Графічне представлення виконання умови (15) для отриманої моделі, тобто включення прогнозованих на основі моделі (19) значень у експериментальний коридор, що отриманий на основі вимірювань, наведено на рисунку 2.

Ефективність запропонованого підходу та алгоритму його реалізації демонструє збіжність даного алгоритму в ході структурної ідентифікації моделі (19). Графік збіжності цільової функції наведено на рисунку 3.

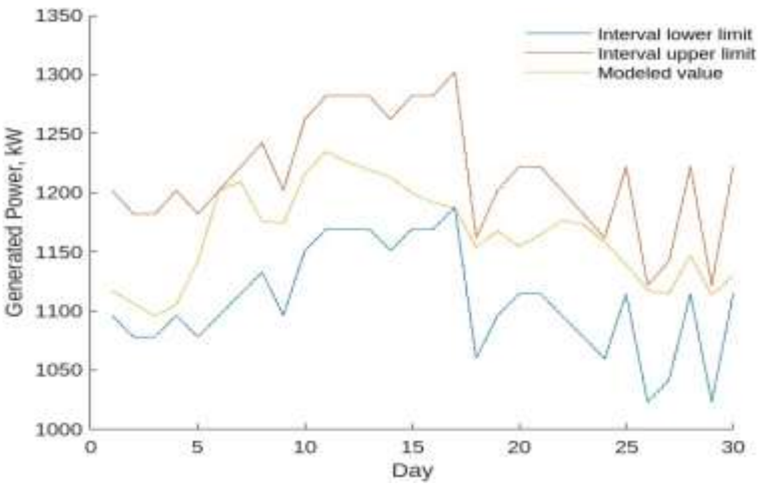


Рисунок 2 – Графічне представлення виконання умови (15) для отриманої моделі

Як бачимо, для вхідної множини λ_s із 12 структурних елементів кількість оцінених моделей склала пять, що свідчить про ефективність даного методу не зважаючи на додаткові обчислювальні затрати щодо аналізу похідної цільової функції.

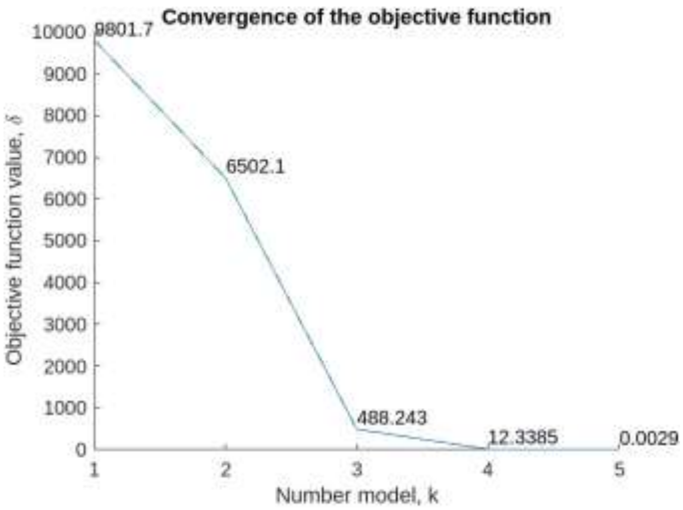


Рисунок 3 – Ілюстрація збіжності алгоритму структурної ідентифікації для моделі (19)

Висновки.

Отже, в роботі запропоновано новий метод структурної ідентифікації інтервальних нелінійних моделей, який ґрунтується на виборі структурних елементів для синтезу структури моделі із використанням аналізу градієнта цільової функції. Визначено та обґрунтовано необхідні та достатні умови «вичерпаності» чи оптимальності набору структурних елементів на основі аналізу градієнта цільової функції та сформульовано основні правила вибору структурних елементів. Реалізовано алгоритм структурної ідентифікації та проведено дослідження його збіжності.

Апробація запропонованого методу та алгоритму його реалізації показала ефективність запропонованого підходу до структурної ідентифікації інтервальних нелінійних моделей. На прикладі показано, що виграш від застосування процедур аналізу похідної цільової функції переважає додаткові обчислювальні затрати на них.

Список літератури

[1] M. Dyvak, I. Voytyuk, N. Porplytsya and A. Pukas, "Modeling the process of air pollution by harmful emissions from vehicles," 2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Slavske, 2018, pp. 1272-1276, doi: 10.1109/TCSET.2018.8336426.

[2] M. Dyvak, V. Manzhula, Yu. Trufanova. Interval Non-linear Model of Information Signal Chara-?teristics Distribution for Detection of Recurrent Laryngeal Nerve during Thyroid Surgery. In: Proceedings of

the 5th International Conference on Informatics & Data-Driven Medicine (IDDM-2022), CEUR Workshop Proceedings, 2022, 3302, pp. 99–107

[3] Dyvak, M., Papa, O., Melnyk, A., Pukas, A., Porplytsya, N., Rot, A. Interval model of the efficiency of the functioning of information web resources for services on ecological expertise (2020) Mathematics , 8 (12), art. no. 2116, pp. 1-12.

[4] A. Ivakhnenko, G. Ivakhnenko, "The Review of Problems Solvable by Algorithms of the Group Method of Data Handling (GMDH)", Pattern Recognition and Image Analysis, 5 (4), pp. 527-535, 1995.

[5] O. G. Moroz, V. S. Stepashko, Combinatorial algorithm of MGUA with genetic search of the model of optimal complexity, Proceedings of the International Conference on Intellectual Systems for Decision Making and Problems of Computational Intelligence, 2016, pp. 297–299.

[6] M. Dyvak, I. Spivak, A. Melnyk, V. Manzhula, T. Dyvak, A. Rot, M. Hernes, "Modeling Based on the Analysis of Interval Data of Atmospheric Air Pollution Processes with Nitrogen Dioxide due to the Spread of Vehicle Exhaust Gases", Sustainability, 15(3):2163, 2023. https://doi.org/10.3390/su15032163

[7] M. Dyvak; N. Porplytsya; Y. Maslyiak and N. Kasatkina. Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control. 2017 14th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM), Lviv, 2017, pp. 50-54.

[8] A.Petrowski, S. Ben-Hamida, Evolutionary Algorithms (Computer Engineering: Metaheuristics Book 9), 1st ed. Wiley-ISTE: Hoboken, NJ, USA, 2017.

[9] S. Katoch, S.S. Chauhan, V. Kumar, "A review on genetic algorithms: Past, present, and future", Multimed. Tools Appl., 80, 8091–8126, 2021. [CrossRef] [PubMed]

[10] I.T. Christou, W.L. Darrell, K. De Long, W. Martin, Evolutionary Algorithms", Springer-Verlag: New York, NY, USA, 2021.

[11] A. Slowik, Swarm Intelligence Algorithms: Modification and Applications, 1st ed.; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2020.

[12] A. Abraham, R.K. Jatoth, A. Rajasekhar, "Hybrid differential artificial bee colony algorithm", J. Comput. Theor. Nanosci., 9, 249–257, 2012.

[18] S. Alshattnawi, L. Afifi, A.M. Shatnawi, M.M. Barhoush, "Utilizing Genetic Algorithm and Artificial Bee Colony Algorithm to Extend the WSN Lifetime", Int. J. Comput., 21, 25-31, 2022.

[13] N.P. Dyvak, V.I. Manzhula, "Structural Identification of Interval Models of the Static Systems" Journal of Automation and Information Sciences, 40 (4), pp. 49-61, 2008.

[14] Bubeck, S. (2015). Stochastic gradient descent and related optimization methods. Foundations and Trends in Machine Learning, 8(3-4), 179-364

[15].Anders Forsgren, Philip E. Gill, Margaret H. Wright, "Interior methods for nonlinear optimization", SIAM review, 44.4, pp. 525-597, 2002.

[16] A. Beck, Introduction to nonlinear optimization: Theory, algorithms, and applications with MATLAB, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014.

[17] Manzhula, V., Dyvak, M., & Zabchuk, V. (2024). The Improved Method for Identifying Parameters of Interval Nonlinear Models of Static Systems. International Journal of Computing, 23(1), 19-25. https://doi.org/10.47839/ijc.23.1.3431

[18] M. Dyvak, N. Porplytsya, I. Borivets, M. Shynkaryk, "Improving the computational implementation of the parametric identification method for interval discrete dynamic models", in Proc. 12th International Conference on International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), pp. 533-536, Lviv, Ukraine, 5-8 September 2017.

[19] N. Porplytsya, M. Dyvak, I. Spivak, and I. Voytyuk, "Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony", in Proc. 13th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM), pp. 196-199, Lviv, Ukraine, 24-27 February 2015.

[20] B. Akay, D. Karaboga, B. Gorkemli, E. Kaya, "A survey on the artificial bee colony algorithm variants for binary, integer and mixed integer programming problems", Appl. Soft Comput., 106, 107351, 2021.

[21] B. Akay, D. Karaboga, "A survey on the applications of artificial bee colony in signal, image, and video processing", Signal Image Video Process, 9, 967–990, 2015.

[22] Slowik A. Swarm Intelligence Algorithms: modification and applications. 1st edition. CRC Press. 2020. 378 p.

[23] Dyvak M., Porplytsya N., Maslyiak Y., Kasatkina N. Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control. The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM): Proceedings of the 2017 14th International Conference. Lviv, Ukraine. 21–25 February 2017. P. 50–54.

[24] Global Optimization Toolbox, https://www.mathworks.com/products/global-optimization.html.

[25] Пукас А. В. Методи та засоби побудови математичних моделей характеристик складних об’єктів в умовах інтервальної невизначеності: дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук : 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи / Андрій Васильович Пукас ; Міністерство освіти і науки України, Національний університет «Львівська політехніка». – Львів, 2021. – 292 с.

Стаття надійшла: 12.04.2024

References

[1] M. Dyvak, I. Voytyuk, N. Porplytsya and A. Pukas, "Modeling the process of air pollution by harmful emissions from vehicles," 2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Slavske, 2018, pp. 1272-1276, doi: 10.1109/TCSET.2018.8336426.

[2] M. Dyvak, V. Manzhula, Yu. Trufanova. Interval Non-linear Model of Information Signal Chara-?teristics Distribution for Detection of Recurrent Laryngeal Nerve during Thyroid Surgery. In: Proceedings of the 5th International Conference on Informatics & Data-Driven Medicine (IDDM-2022), CEUR Workshop Proceedings, 2022, 3302, pp. 99–107

[3] Dyvak, M., Papa, O., Melnyk, A., Pukas, A., Porplytsya, N., Rot, A. Interval model of the efficiency of the functioning of information web resources for services on ecological expertise (2020) Mathematics , 8 (12), art. no. 2116, pp. 1-12.

[4] A. Ivakhnenko, G. Ivakhnenko, “The Review of Problems Solvable by Algorithms of the Group Method of Data Handling (GMDH)”, Pattern Recognition and Image Analysis, 5 (4), pp. 527-535, 1995.

[5] O. G. Moroz, V. S. Stepashko, Combinatorial algorithm of MGUA with genetic search of the model of optimal complexity, Proceedings of the International Conference on Intellectual Systems for Decision Making and Problems of Computational Intelligence, 2016, pp. 297–299.

[6] M. Dyvak, I. Spivak, A. Melnyk, V. Manzhula, T. Dyvak, A. Rot, M. Hernes, “Modeling Based on the Analysis of Interval Data of Atmospheric Air Pollution Processes with Nitrogen Dioxide due to the Spread of Vehicle Exhaust Gases”, Sustainability, 15(3):2163, 2023. https://doi.org/10.3390/su15032163

[7] M. Dyvak; N. Porplytsya; Y. Maslyiak and N. Kasatkina. Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control. 2017 14th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM), Lviv, 2017, pp. 50-54.

[8] A.Petrowski, S. Ben-Hamida, Evolutionary Algorithms (Computer Engineering: Metaheuristics Book 9), 1st ed. Wiley-ISTE: Hoboken, NJ, USA, 2017.

[9] S. Katoch, S.S. Chauhan, V. Kumar, “A review on genetic algorithms: Past, present, and future”, Multimed. Tools Appl., 80, 8091–8126, 2021. [CrossRef] [PubMed]

[10] I.T. Christou, W.L. Darrell, K. De Long, W. Martin, Evolutionary Algorithms”, Springer-Verlag: New York, NY, USA, 2021.

[11] A. Slowik, Swarm Intelligence Algorithms: Modification and Applications, 1st ed.; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2020.

[12] A. Abraham, R.K. Jatoth, A. Rajasekhar, “Hybrid differential artificial bee colony algorithm”, J. Comput. Theor. Nanosci., 9, 249–257, 2012.

[18] S. Alshattnawi, L. Afifi, A.M. Shatnawi, M.M. Barhoush, “Utilizing Genetic Algorithm and Artificial Bee Colony Algorithm to Extend the WSN Lifetime”, Int. J. Comput., 21, 25-31, 2022.

[13] N.P. Dyvak, V.I. Manzhula, “Structural Identification of Interval Models of the Static Systems” Journal of Automation and Information Sciences, 40 (4), pp. 49-61, 2008.

[14] Bubeck, S. (2015). Stochastic gradient descent and related optimization methods. Foundations and Trends in Machine Learning, 8(3-4), 179-364

[15].Anders Forsgren, Philip E. Gill, Margaret H. Wright, “Interior methods for nonlinear optimization”, SIAM review, 44.4, pp. 525-597, 2002.

[16] A. Beck, Introduction to nonlinear optimization: Theory, algorithms, and applications with MATLAB, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014.

[17] Manzhula, V., Dyvak, M., & Zabchuk, V. (2024). The Improved Method for Identifying Parameters of Interval Nonlinear Models of Static Systems. International Journal of Computing, 23(1), 19-25. https://doi.org/10.47839/ijc.23.1.3431

[18] M. Dyvak, N. Porplytsya, I. Borivets, M. Shynkaryk, “Improving the computational implementation of the parametric identification method for interval discrete dynamic models”, in Proc. 12th International Conference on International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), pp. 533-536, Lviv, Ukraine, 5-8 September 2017.

[19] N. Porplytsya, M. Dyvak, I. Spivak, and I. Voytyuk, "Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony", in Proc. 13th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM), pp. 196-199, Lviv, Ukraine, 24-27 February 2015.

[20] B. Akay, D. Karaboga, B. Gorkemli, E. Kaya, "A survey on the artificial bee colony algorithm variants for binary, integer and mixed integer programming problems", Appl. Soft Comput., 106, 107351, 2021.

[21] B. Akay, D. Karaboga, "A survey on the applications of artificial bee colony in signal, image, and video processing", Signal Image Video Process, 9, 967–990, 2015.

[22] Slowik A. Swarm Intelligence Algorithms: modification and applications. 1st edition. CRC Press. 2020. 378 p.

[23] Dyvak M., Porplytsya N., Maslyiak Y., Kasatkina N. Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control. The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM): Proceedings of the 2017 14th International Conference. Lviv, Ukraine. 21–25 February 2017. P. 50–54.

[24] Global Optimization Toolbox, https://www.mathworks.com/products/global-optimization.html.

[25] A. V. Pukas. Methods and means of constructing mathematical models of the characteristics of complex objects under conditions of interval uncertainty: dissertation for obtaining the scientific degree of Doctor of Technical Sciences: 05.01.02 - mathematical modeling and computational methods / Andriy Vasyliovych Pukas; Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv Polytechnic National University. - Lviv, 2021. - 292 p.

Відомості про авторів

Манжула Володимир Іванович – кандидат технічних наук, доцент, докторант кафедри комп'ютерних наук

Дивак Микола Петрович – доктор технічних наук, професор, проректор з наукової роботи, ЗУНУ, м. Тернопіль

Мельник Андрій Миколайович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютерних наук, ЗУНУ

V.I. Manzhula, M.P. Dyvak, A. M. Melnyk

STRUCTURAL IDENTIFICATION METHOD OF NONLINEAR MODELS OF STATIC SYSTEMS BASED ON INTERVAL DATA

West Ukrainian National University, Ternopil